Шифр: 10-27

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Выборгский

Школа МБОУ "СОШ №10"

Класс 10Б

ФИО Лобанков Станислав Игоревич

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 0 | 4 | 0 | X | 11 |

(№ 10.1)

$$3990 = \underline{1} \cdot \underline{2 \cdot 3}^{6} \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$$

$$(\overbrace{1+6+5+7}^{19}) \cdot 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 = 3990$$

10-27

Ответ: 1 6 5 7.

(№ 10.2)

$$n^2 = n \cdot n = \underbrace{n+n+n+\ldots+n}_{n}$$

тогда

$$(n+\alpha_1)+(n+\alpha_2)+(n+\alpha_3)+\ldots+(n+\alpha_n) = n^2$$

$n+\alpha_k$ – один член множества A

$\alpha$ – различны

$\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n = 0$

$$\cancel{-(n-1)}^{\,1-n} \le \alpha_k \le \frac{n(n-1)}{2}$$

Т.к $n+\alpha_k \ge 1$ и ~~если в~~ $n+\alpha_k \le 1+2+\ldots+(n-1)$

~~А~~ $n+\beta_t$ – один член множества B

$\beta$ – различны

$\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n = 0$

$$1-n \le \beta_t \le \frac{n(n-1)}{2}$$

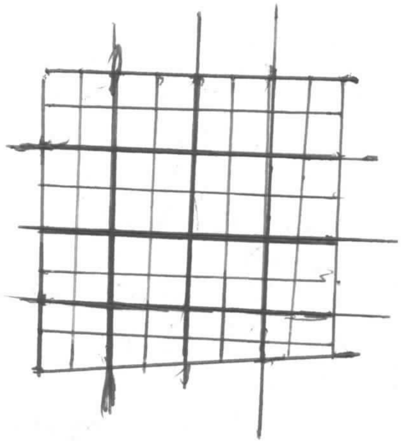
Тогда, если найдётся $\alpha_n = \beta_t$, то

тогда $n+\alpha_k = n+\beta_t$.

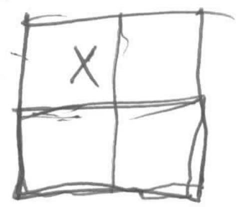
№10.3

10-27

Имеет выигрышную стратегию Дима.



Заключается она в мысленом разбиение доски с помощью сетки с квадратами 2×2.



Когда Коля поставит крестик в каком-то квадратике, то ~~Пете~~ Коля нужно „занять" доминошкой соседние две клетке в данном квадрате 2×2, далее если ~~Пете~~ Коля поставит крестик в другом квадрате 2×2, то там поступить так же, если в свободно оставшейся клетка в этом квадрате 2×2, то поставить свою доминошку в квадрате $2\times 2$, где будет место для этой доминошки с наименьшим кол-вом крестиков под ней. Таким образом ~~Петя~~ Дима с доминошками выиграет.

№10.4

$p$ – простое

$p>5$

$2y<p$

$py+1 \neq xz$, где $x$ и $z$

$x>y$; $z>y$

Шифр: 2-10-01

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Выборгский

Школа МБОУ "СОШ №10"

Класс 10Б

ФИО Лобанков Станислав Игоревич

2-10-01

| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 7 | 0 | X | 1 | 15 |

№ 10.6

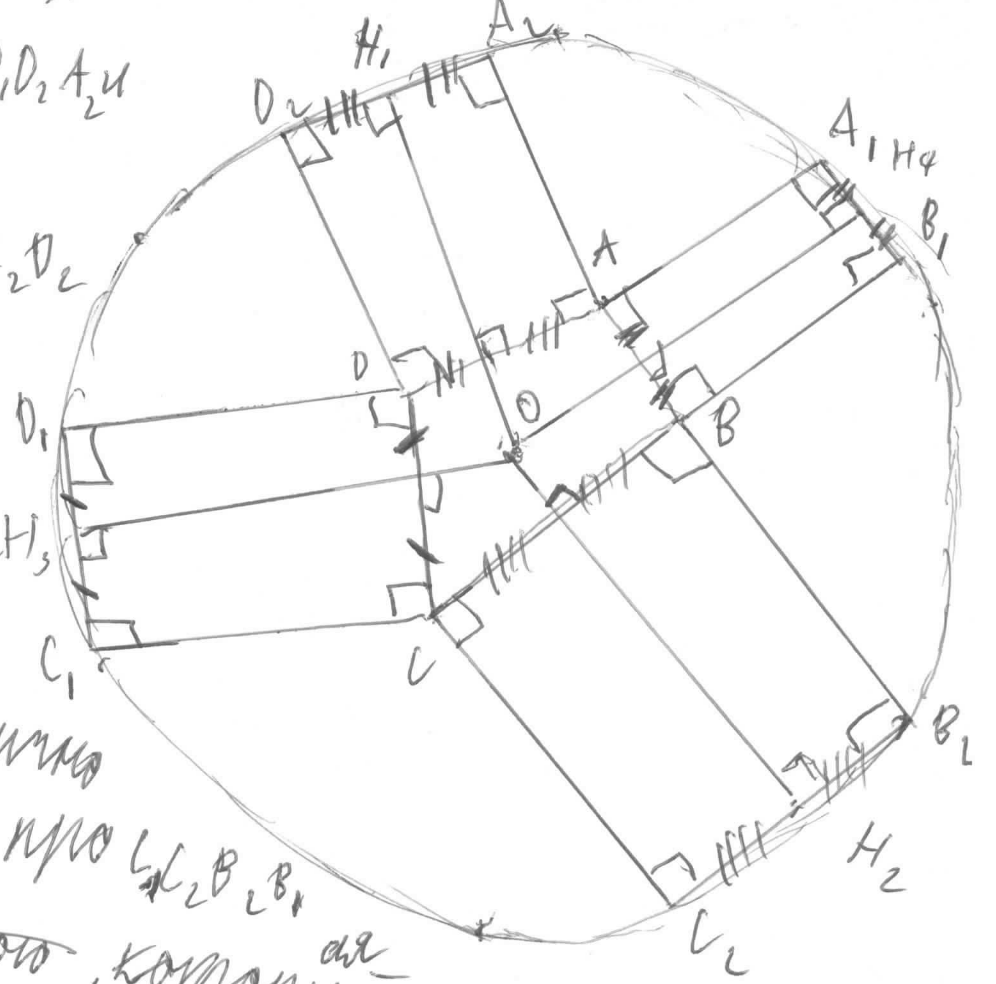
$\cos\pi = -1$ $\qquad + \begin{matrix}\cos x \\ \cos x \cdot \cos x\end{matrix}$

$\cos\pi \cdot \cos\pi + \cos\pi = (-1)\cdot(-1) + (-1) = 0$

$\cos x \cdot \cos x + \cos x$ $\qquad +$

Ответ: да, можно.

№ 10.7

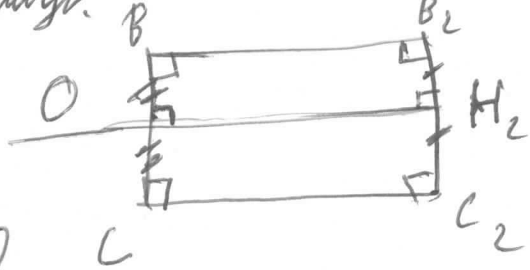



Центр опис. окр. $\Delta D_1D_2A_2$ и $D_2A_2A_1$ лежит на середин. перпендикуляре $A_2D_2$ ~~Сле~~ Следавательно ~~цент~~ $D_1D_2A_2A_1$ можно описать окружностью с центром пренадлежащим серед. перпен. $A_2D_2$. Аналогично можно сказать про $C_1C_2B_2B_1$

~~0~~ Центр ~~описаного~~ окр, ~~которые~~ ая описвает многоугольник $A_1B_1B_2C_2C_1D_1D_2A_2$ лежит на пересечение серединнх перпендикуляров $A_2D_2$ и $B_2C_2$ в точке $O$, в этой же точке пересикаются други серединн. перпедикуляры $H_3O$ и $H_4O$

2-10-01

Прямая $OH_2$ проходит через середину $CB$ и перпендикулярна ей, т.к. $OH_2 \perp C_2B_2$ и $C_2B_2 \parallel CB$, и $CBB_2C_2$ - прямоуг.




Аналогично с $H_1O$, $H_3O$, $H_4O$

Зн-т, $H_1O$ - серед. перпен $AD$

$H_2O$ - серед. перпен ~~AB~~ $BC$

+

$H_3O$ - серед. перпен $CD$

$H_4O$ - серед. перпен $AB$

и пересекаются они в точке O

З-т, вокруг $ABCD$ можно опис. окр.

№ 10.8

Сложим все эти ур-я.

$(a_1+a_2+\dots+a_n)x^2+(b_1+b_2+\dots b_n)x+(c_1+c_2+\dots+c_n)$

Пусть $S_A=a_1+a_2+\dots+a_m$; $S_B=b_1+b_2+\dots+b_n$; $S_C=c_1+c_2+\dots+c_n$

У получившегося уравнения точно есть корень, т.к.

$b_1^2>4a_1c_1$

$+\ b_2^2>4a_2c_2$

$\dots$

$b_n^2>4a_nc_n$

Ответ: не может.

$S_B^2 \geq b_1^2+b_2^2+\dots+b_n^2 > 4(a_1c_1+a_2c_2+\dots+a_nc_n) \geq 4S$

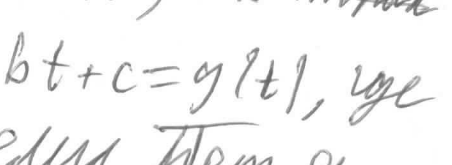
№ 10.10 2-10-01

Ответ: 9

~~Т.к.~~ Через любые три точки, не лежащие на одном и том же значении x, ~~проходит~~ можно можно построить ур-е функции вида $ax^2+bx+c$, где a, b, c — вещественные числа. ~~Зн-т, когда Вася назовёт~~ Васе нужно назвать минимум 9 различных чисел и решить $\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{5\cdot4\cdot3\cdot2} = 9\cdot2\cdot7 = 63\cdot2 = 126$ систем уравнений в каждой которой по 5 уравнений, ~~в которых~~ ~~в место x~~ которые вида $at^2+bt+c=g(t)$, где $g(t)$ значение которое назвал ему Петя при t, которую назвал Вася.

Все системы различны

За 9 чисел Петя гарантированно назовет 5 которые принадлежат одной из ф-й. Меньше нельзя, т.к. если будет их к примеру 8, то может ~~поя~~ оказаться решенных систем 3, где одна „лже" ф-ия. Штрихом обозначена на ...

Пример: 

А при 9, такого не может быть, т.к. ф-ии не совпадающие не могут иметь общих более 4 точек